

## 物 理 問 題

(解答はすべて物理解答用紙に記入すること)

- 〔1〕 図1のように、円弧状のすべり面を持つすべり台Aを固定した台車が水平な床に置かれている。ただし、台車の上面は床に平行である。すべり台Aの左端と右端の高さはそれぞれ $H$ と $h$ であり、その円弧の半径は $H-h$ で、その表面はなめらかである。このすべり台A上に置かれた質量 $m$ の小物体Pの運動を考えよう。以下の設問では、重力加速度の大きさを $g$ とし、すべての運動は紙面内に限るとする。また、すべり台Aの右端で台車上面の点をOとする。

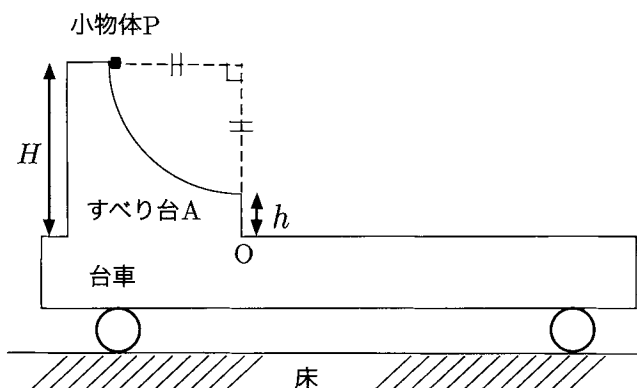


図 1

- I. まず、台車が床に固定されている場合について考える。小物体Pをすべり台Aの円弧上、台車から高さ $H$ の点に置き、静かに手をはなすと、小物体Pは摩擦力を受けることなく円弧上をすべり落ち、すべり台Aから水平に飛び出し、台車上に落下した。

問 1 すべり台Aから飛び出す瞬間の小物体Pの速さ $v_0$ を求めよ。

問 2 小物体Pが台車上面に落下した点のOからの距離を $m, g, H, h$ の中から必要なものを使って表せ。

II. 図2のように、質量  $M$ 、長さ  $l$ 、高さ  $h$  の台 B をすべり台 A に接して置く。ただし、台 B の上面は水平である。この場合も台車は床に固定されている。台 B の上面と下面のなめらかさは大きく異なり、台 B の上面と小物体 P との間の動摩擦係数は  $\mu_1$ 、台 B の下面と台車との間の動摩擦係数は  $\mu_2$  で静止摩擦係数は  $\mu_0$  とする。小物体 P をすべり台 A の円弧上、台車から高さ  $H$  の点に置き、静かに手をはなすと、小物体 P はすべり台 A 上を摩擦力を受けることなくすべり落ちた後、台 B 上を摩擦力を受けながらすべり、台 B 上の右端から飛び出した。また、台 B も小物体 P との間の摩擦力により右に動き出した。

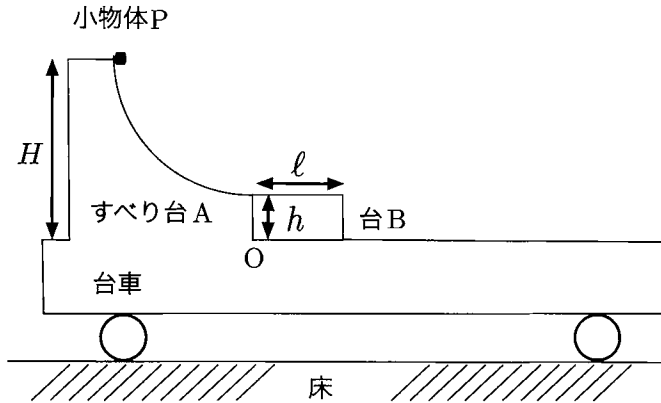


図 2

- 問 3 台 B が動き出すための静止摩擦係数  $\mu_0$  の満たすべき条件、および動き出した直後の台 B の加速度  $a$  の大きさを求めよ。
- 問 4 小物体 P が台 B からはなれる瞬間の台 B に対する速さ  $v_1$  を  $\mu_1, g, a, v_0, l$  の中から必要なものを使って表せ。ただし、 $v_0$  は問 1 で求めた速さ  $v_0$  である。
- 問 5 小物体 P が台 B に乗り移ってから台 B をはなれるまでの時間  $T$  を  $\mu_1, g, a, v_0, l$  の中から必要なものを使って表せ。

Ⅲ. 次に、図3のように台Bを取りのぞき、台車を右向きに一定の加速度 $\alpha$ で動かしている場合を考える。

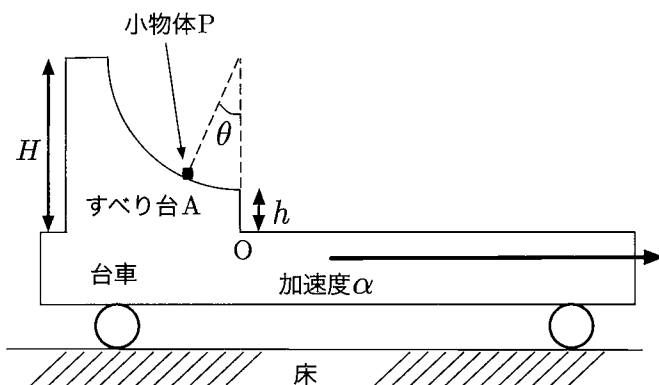


図 3

問 6 小物体 P を、すべり台 A の円弧上で鉛直となす角  $\theta$  の位置にそっと置いたところ、小物体 P は置かれた位置ですべり台 A に対して静止したままであった。このとき、加速度  $\alpha$  の大きさを求めよ。

問 7 小物体 P を、すべり台 A の円弧上で台車からの高さ  $H$  の点ですべり台 A に対して静止するように置いてそっとはなした。すると、小物体 P は円弧上をすべり落ちた後、すべり台 A から水平に飛び出した。すべり台 A から飛び出す瞬間の台車に対する小物体 P の速さ  $V$  を  $m, H, h, g, \theta$  の中から必要なものを使って表せ。

問 8 すべり台 A の円弧上のある位置で、小物体 P をすべり台 A に対して静止するように置きそっとはなした。すると、小物体 P は円弧上をすべり落ちた後、台車に対する速さ  $V_0$  ですべり台 A から水平に飛び出した。その後、小物体 P は台車上面で 1 回はね、すべり台 A から飛び出した位置に再び戻ってきた。このときの  $V_0$  と、小物体 P がすべり台 A 上に戻ってきたときの台車に対する速さ  $V_1$  をそれぞれ  $m, h, g, \alpha$  の中から必要なものを使って表せ。ただし、小物体 P と台車上面との間のはね返り係数は 1 とする。

〔2〕電池を用いて、その電圧より高い電圧を発生する回路を考案しよう。この回路では、まず並列に接続した2個のコンデンサーを電池から充電した後に、これらを直列につなぎかえる。次に、コイルの誘導起電力を利用することにより、電池より高い電圧を発生することができる。次の文章の  に適切な式を、指定されたなかから必要なものを使って、解答欄に記入せよ。ただし、(3)については、適切なものを選択し、その記号を解答欄に記入せよ。

I. 図1の回路を考えよう。この回路では、起電力  $V_0$  の電池  $V_0$ 、抵抗値  $R$  の抵抗  $R$ 、静電容量  $C_1$  の2個のコンデンサー  $C_1$ 、静電容量  $C_2$  のコンデンサー  $C_2$ 、自己インダクタンス  $L$  のコイル  $L$  が接続されている。点  $E$  を電位の基準とし、この基準点に対する点  $B, F, G$  の電位をそれぞれ  $V_B, V_F, V_G$  とする。スイッチ  $S_1$  は電池の接続を開閉する。2個のスイッチ  $S_2$  により、2個のコンデンサー  $C_1$  は並列接続か直列接続かに切りかえることができる。

はじめ、スイッチ  $S_1$  は開いていて、全てのコンデンサーにたくわえられている電気量は0である。2個のスイッチ  $S_2$  は両方とも  $c-a$  間をつなぐ位置にあるので、2個のコンデンサー  $C_1$  は並列に接続されている。

まず、スイッチ  $S_1$  を閉じて、電池を接続する。時間がたつにつれ、2個のコンデンサー  $C_1$  は充電される。充電の途中で、2個のコンデンサー  $C_1$  それぞれに電気量  $Q$  がたくわえられた瞬間を考える。このとき、 $V_B = \frac{Q}{C_1}$  に留意して、キルヒホッフの法則から、抵抗  $R$  を流れる電流は、 $V_0, R, Q, C_1$  を用いて、 (1) のように表される。ただし、抵抗  $R$  を流れる電流の向きは、 $A$  から  $B$  に流れる方向を正とする。この電流はコンデンサーにたくわえられる電気量を増加させるので、 $V_B$  は上昇する。微小時間  $\Delta t$  の間に、 $V_B$  が  $\frac{Q}{C_1}$  から  $\frac{Q}{C_1} + \Delta V_B$  まで変化するとき、 $V_B$  の変化率  $\frac{\Delta V_B}{\Delta t}$  は、 $V_0, R, Q, C_1$  を用いて、 (2) と表される。ただし、微小時間  $\Delta t$  の間、電流は一定と見なすことができるものとする。これらを考慮すると、 $V_B$  の時間変化は、図2の  (3) [a], [b], [c] のようになる。十分に時間がたつと、 $V_B = V_0$  となり、2個のコンデンサー  $C_1$  には、1個あたり  $C_1 V_0$  の電気量がたくわえられる。このように充電が完了した後、スイッチ  $S_1$  を開く。

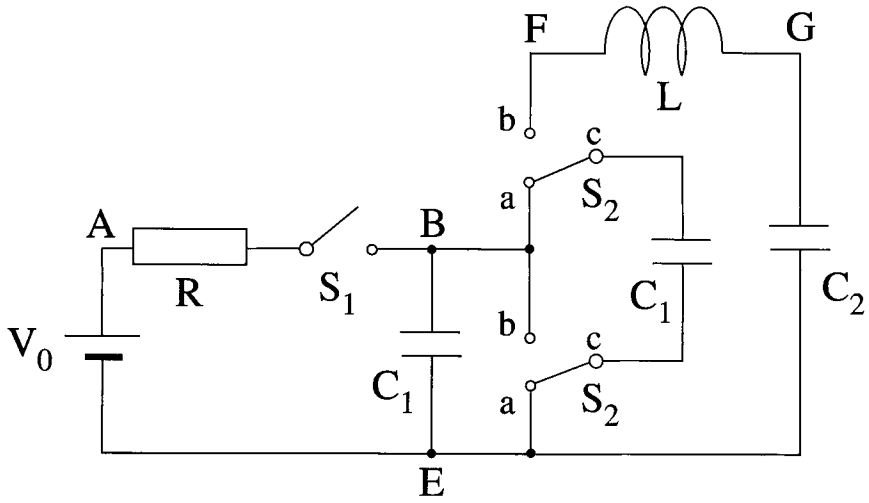


図 1

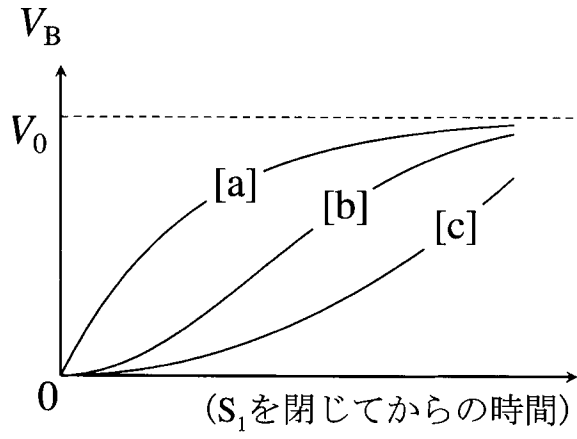


図 2

II. 次に、図3のように、2個のスイッチ  $S_2$  を同時に切りかえ c-b 間をつなぐと、2個のコンデンサー  $C_1$  は直列に接続され、 $V_F = 2V_0$  となる。2個のコンデンサー  $C_1$  にたくわえられていた電気量はコイル  $L$  を通してコンデンサー  $C_2$  に移動するが、回路にたくわえられている電気エネルギーは一定に保たれるので、コンデンサーが失う電気エネルギーはコイルにたくわえられる。すなわち、電気エネルギーはコンデンサーとコイルの間で行き来し、それにもなってコイル  $L$  を流れる電流  $I$  は、経過時間  $t$  とともに図4のように振動する。ただし、2個のスイッチ  $S_2$  を c-b 間をつなぐ位置に切りかえた時刻を  $t=0$  とする。また、電流  $I$  の向きは、F から G へ流れる方向を正とする。ここでは、この振動の様子を、図4を見ながら考察しよう。

時刻  $t=0$  には電流  $I$  は0で、その後しだいに増加する。微小時間  $\Delta t$  の間に、電流  $I$  が0から  $\Delta I$  まで変化するとき、 $I$  の変化率  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  は、 $V_0, L$  を用いて、 $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \boxed{\quad (4) \quad}$  と表される。ただし、 $V_F = 2V_0$  に留意し、微小時間  $\Delta t$  の間、コイルの誘導起電力は一定と見なすことができるものとする。

一方、この電流により、2個のコンデンサー  $C_1$  にたくわえられた電気量はコンデンサー  $C_2$  に移動する。これにもなって、 $V_F$  は  $2V_0$  から下降し、 $V_G$  は0

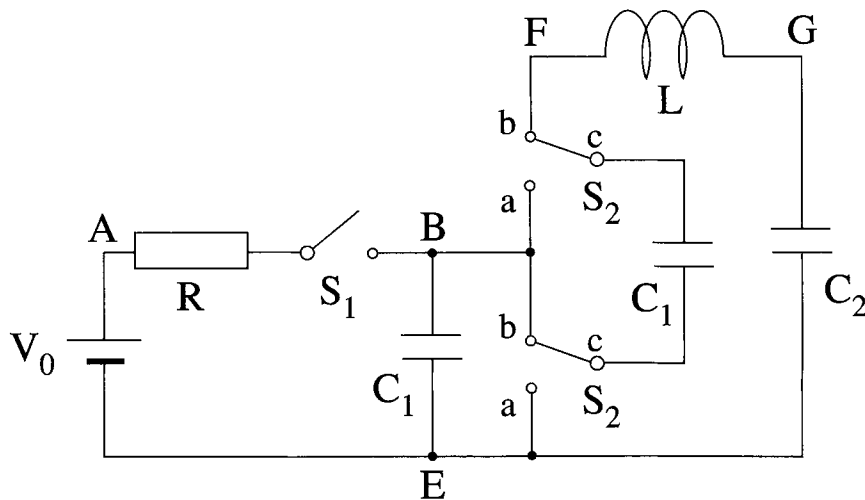


図3

から上昇して行き、時刻  $t = t_1$  に  $V_F$  と  $V_G$  は等しくなった。この時の  $V_G$  を  $V_1$  とすると、時刻  $t = 0$  から  $t = t_1$  までにコンデンサー  $C_2$  に流れてきた電気量  $C_2 V_1$  に留意して、 $V_1$  は、 $C_1, C_2, V_0$  を用いて、 $V_1 = \boxed{\text{(5)}}$  と得られる。このとき、 $V_G = V_F$  なので誘導起電力は 0 で、したがって電流の変化率も 0 であり、電流  $I$  は最大値  $I_{\max}$  となった。 $V_G = V_F = V_1$  のとき、コンデンサーにたくわえられている全電気エネルギーは、 $C_1, C_2, V_1$  を用いて  $\boxed{\text{(6)}}$  となる。コイルにたくわえられる電気エネルギーが  $\frac{1}{2} LI^2$  であることと、電気エネルギーが保存することから、最大電流  $I_{\max}$  は、 $C_1, C_2, L, V_0$  を用いて、 $I_{\max} = \boxed{\text{(7)}}$  と求められる。

このように時刻  $t = t_1$  には電流  $I$  は最大であるから、コンデンサー  $C_2$  の充電は、この時点ではまだ止まらず、この後も  $V_G$  は  $V_1$  を超えて上昇し続ける。一方、電流  $I$  はしだいに減少し、時刻  $t = t_2$  で 0 にもどった。このとき、コンデンサー間の電気量の移動はなくなり、 $V_G$  は最大となる。この  $V_G$  の最大値を  $V_2$  とすると、時刻  $t = 0$  から  $t = t_2$  までにコンデンサー  $C_2$  に流れてきた電気量  $C_2 V_2$  に留意して、時刻  $t = t_2$  でコンデンサー  $C_1$  1 個あたりにたくわえられる電気量は、 $V_0, V_2, C_1, C_2$  を用いて  $\boxed{\text{(8)}}$  である。電気エネルギーの保存則から、 $V_2$  は、 $C_1, C_2, V_0$  を用いて、 $V_2 = \boxed{\text{(9)}}$  と得られる。この時刻で、スイッチ  $S_2$  を c-a 間をつなぐ位置に切りかえてコンデンサー  $C_2$  を切り離せば、 $V_G$  は最大値  $V_2$  を保持する。この場合、 $C_2$  が  $C_1$  よりも充分小さい条件では、 $V_G \doteq 4V_0$  が得られることがわかる。

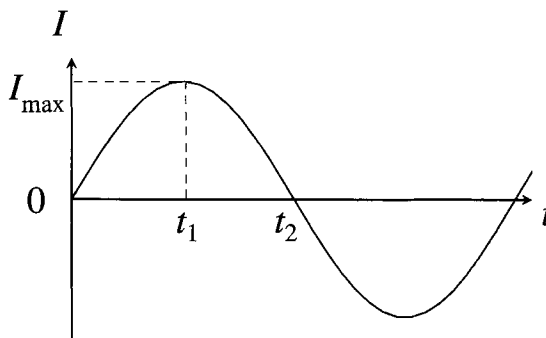
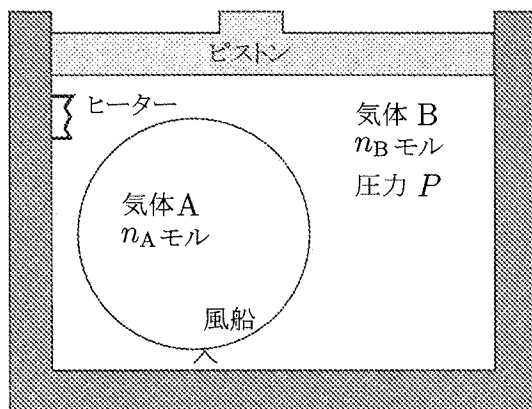


図 4

〔3〕 風船では、ゴムが縮もうとする力によって内部の圧力が外部の圧力より高くなる。このような風船に単原子分子理想気体 A を  $n_A$  モル入れ、それを図のように  $n_B$  モルの単原子分子理想気体 B の入ったピストン付きのシリンダーに入れた。このシリンダーとピストンは外部との熱の出入りがないような断熱材でできている。シリンダーは風船に対して十分大きいとする。このシリンダーにはヒーターが取り付けられている。ピストンはなめらかに動き、風船外部の気体 B の圧力は常に一定で  $P$  であるとする。

以下で考える風船は熱をよく通し、風船外部と風船内部の温度は同じである。風船は気体を通すことはない。風船を作っているゴムの質量、厚み、および熱容量は無視できるとする。以下、気体定数を  $R$  とする。



I. まず、風船内部の気体 A の圧力  $P_A$  が風船外部の気体 B の圧力  $P$  によって

$$P_A = P + a$$

と与えられる風船の場合を考える。ここで  $a$  は正の定数である。気体 A と気体 B の温度がともに  $T$  のとき、気体 A の体積は  $V_A$ 、気体 B の体積は  $V_B$  であった。以下の文中の  に入る適切な式を  $a, R, P, V_A$  のうち必要なものを用いて解答欄に記入せよ。

気体 B の圧力を  $P$  に保ちながら、ヒーターで熱量  $\Delta Q$  を加えた。すると、気体 A と気体 B の温度がともに上がって  $T$  から  $T + \Delta T$  になった。またこのと



き、風船がふくらみ、ピストンが動いて、気体 A の体積が  $V_A$  から  $V_A + \Delta V_A$  に、気体 B の体積が  $V_B$  から  $V_B + \Delta V_B$  になった。変化の前後で気体 A の状態方程式を考えることにより、 $\Delta V_A$  は

$$\Delta V_A = \boxed{(1)} n_A \Delta T$$

と表すことができる。

風船の内外の圧力が異なるため、この変化の間に風船内部の気体 A が風船にした仕事と、風船が気体 B に対してした仕事は異なる。したがって、その差は風船のゴムにエネルギーとしてたくわえられる。つまり、この変化でゴムにたくわえられているエネルギーは  $\boxed{(2)} \Delta V_A$  だけ増加したことになる。

また、この変化でシリンダー内部の気体 B がピストンに対してした仕事  $\Delta W$  は

$$\Delta W = \boxed{(3)} \Delta V_B + \boxed{(4)} \Delta V_A$$

である。気体の内部エネルギーの増加、気体がピストンにした仕事、風船のゴムにたくわえられたエネルギーの増加を考慮することにより、加えた熱量  $\Delta Q$  は

$$\Delta Q = \boxed{(5)} n_B \Delta T + \boxed{(6)} n_A \Delta T$$

であることがわかる。ただし、単原子分子理想気体の定積モル比熱は  $\frac{3}{2}R$  である。

- II. 次に、風船内部の気体 A の圧力  $P_A$  が風船外部の気体 B の圧力  $P$  と気体 A の体積  $V_A$  によって

$$P_A = P + b - cV_A$$

と与えられる風船の場合を考える。ここで  $b$  と  $c$  は正の定数である。以下では  $b - 2cV_A > 0$  の場合を考える。気体 A と気体 B の温度がともに  $T$  のとき、気体 A の体積は  $V_A$ 、気体 B の体積は  $V_B$  であった。以下の文中の  $\boxed{\quad}$  に

入る適切な式を  $b, c, R, P, V_A$  のうち必要なものを用いて解答欄に記入せよ。  
ただし (10) については、正しいものを選び、その記号を解答欄に記入せよ。

気体 B の圧力を  $P$  に保ちながら、ヒーターで微小な熱量  $\Delta Q'$  を加えた。すると、気体 A と気体 B の温度がともに微小量だけ上がって  $T$  から  $T + \Delta T'$  になり、気体 A の体積が微小量だけ変化して  $V_A$  から  $V_A + \Delta V'_A$  になった。以下では、 $\Delta V'_A$  は  $V_A$  に比べて非常に小さいので  $(\Delta V'_A)^2$  は無視できるとする。変化の前後で気体 A の状態方程式を考えることにより、 $\Delta T'$  は

$$\Delta T' = \frac{\boxed{(7)}}{n_A R} \Delta V'_A$$

と表すことができる。以下、 $p_0 = \boxed{(7)}$  とおく。

I の場合と同様にして、気体の内部エネルギーの増加、気体がピストンにした仕事、風船のゴムにたくわえられたエネルギーの増加を考慮することにより、加えた熱量  $\Delta Q'$  は

$$\Delta Q' = \boxed{(8)} n_B \Delta T' + \left( \frac{3}{2} R + \frac{\boxed{(9)}}{p_0} \right) n_A \Delta T'$$

であることがわかる。ここで  $p_0$  は (7) で求めた  $p_0$  である。

次に、この結果を I の結果と比較する。I の場合の熱容量は  $C_I = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$  で、II の場合の熱容量は  $C_{II} = \frac{\Delta Q'}{\Delta T'}$  で与えられる。これらの二つの熱容量の間には  $\boxed{(10) \quad (\text{ア}) C_I < C_{II}, \quad (\text{イ}) C_I = C_{II}, \quad (\text{ウ}) C_I > C_{II}}$  の関係がある。